

Вариант задания 1

Лист работы 1 из 4

№1.

$$x^2 - x - a(a-1) = 0$$

2 корня, меньший корень $> \frac{1}{3}$

2 корня $\Rightarrow D > 0$

$$\begin{aligned} D &= b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-a(a-1)) = 1 + 4a(a-1) = 1 + 4a^2 - 4a = \\ &= 4a^2 - 4a + 1 = (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 1 + 1^2 = (2a-1)^2 \geq 0 \end{aligned}$$

\Rightarrow корни всегда есть, нас не устраивает, когда $D=0$

$$D=0 \Rightarrow (2a-1)^2 = 0 \Rightarrow 2a-1=0 \Rightarrow 2a=1 \Rightarrow a=\frac{1}{2}$$

\Rightarrow рассматриваем ситуации при $a \neq \frac{1}{2}$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = -a(a-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = a \\ x_2 = -a+1 \end{cases}$$

\Rightarrow мы нашли
корни уравнения

(по Те Виетта)

рассмотрим случаи (с меньшим корнем):

1) $x_1 = a$ - меньший корень



$$\Rightarrow x_1 < x_2$$

$$a < -a + 1$$

$$2a < 1$$

$$\boxed{a < \frac{1}{2}}$$

имеем систему:

$$\begin{cases} a < \frac{1}{2} \\ x_1 > \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a < \frac{1}{2} \\ a > \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} < a < \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{a \in \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)}$$

2) $x_2 = -a + 1$ — меньший корень

$$\Rightarrow x_2 < x_1$$

$$-a + 1 < a$$

$$2a > 1$$

$$\boxed{a > \frac{1}{2}}$$

имеем систему:

$$\begin{cases} a > \frac{1}{2} \\ x_2 > \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a > \frac{1}{2} \\ -a + 1 > \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a > \frac{1}{2} \\ -a > -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a > \frac{1}{2} \\ a < \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} < a < \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \boxed{a \in \left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right)}$$

нас устраивают оба случая 1) и 2), поэтому:

$$\begin{cases} 1) \\ 2) \end{cases} \quad \begin{cases} a \in \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right) \\ a \in \left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{a \in \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right)} \text{ — все подходящие под условие } a$$

Ответ: у уравнения существуют 2 корня, причем меньший корень уравнения $> \frac{1}{3}$ при $a \in \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right)$.



Вариант задания 1

Лист работы 2 из 4

№2.

$(x; y)$ при которых верна система:

$$\begin{cases} \sqrt{-|y-x|} + 1 > 0 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-6 + \sqrt{37} + (\sqrt{3} + 2) \cdot \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}) \cdot |x| + 5 - \sqrt{37} = 0 & (2) \end{cases}$$

начнём со (2):

$$(-6 + \sqrt{37} + (\sqrt{3} + 2) \cdot \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}) \cdot |x| + 5 - \sqrt{37} = 0$$

$$\begin{aligned} \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} &= \sqrt{4 + 3 - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3}} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3}} = \\ &= \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} = |2 - \sqrt{3}| = 2 - \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$(\sqrt{3} + 2) \cdot (2 - \sqrt{3}) = (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 4 - 3 = 1$$

$$-6 + \sqrt{37} + 1 = -5 + \sqrt{37}$$

$$\Rightarrow (-5 + \sqrt{37}) \cdot |x| + 5 - \sqrt{37} = 0$$

$$(-5 + \sqrt{37}) \cdot |x| - (-5 + \sqrt{37}) = 0$$

$$(-5 + \sqrt{37})(|x| - 1) = 0$$

$$-5 + \sqrt{37} \neq 0 \Rightarrow |x| - 1 = 0$$

$$|x| - 1 = 0$$

$$|x| = 1$$

$x = \pm 1$ — так как у нас система, то x может принимать только эти значения



перейдём к ①:

$$\sqrt{-|y-x|} + 1 > 0$$

$$\sqrt{-|y-x|} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{-|y-x|} + 1 \geq 1 > 0$$

\Rightarrow ограничение только по ② ③

$$\text{② ③: } -|y-x| \geq 0$$

$$|y-x| \leq 0, \text{ но } |y-x| \geq 0$$

$$\begin{cases} |y-x| \leq 0 \\ |y-x| \geq 0 \end{cases} \Rightarrow |y-x| = 0 \Rightarrow y-x=0 \Rightarrow \boxed{y=x}$$

\Rightarrow для каждого значения x будет такое же значение y

$$\Rightarrow \begin{cases} y=x \\ x=\pm 1 \end{cases}$$

\Rightarrow будут пары $(-1; -1)$ и $(1; 1)$

Ответ: $(-1; -1), (1; 1)$.

№4.

$$2|x-2| - a - x = 2$$

≥ 1 решение, все решение ≥ 0 и < 5

решим эту задачу графически:

$$2|x-2| - a - x = 2$$

$$\boxed{2|x-2| - x - 2 = a} - \text{построим графики } y = 2|x-2| - x - 2 \text{ и } y = a$$



Вариант задания

1

Лист работы 3 из 4

$$y = 2|x-2| - x - 2$$

1) $x \geq 2$:

$$|x-2| = x-2$$

$$y = 2(x-2) - x - 2 = 2x - 4 - x - 2 = x - 6$$

2) $x < 2$:

$$|x-2| = 2-x$$

$$y = 2(2-x) - x - 2 = 4 - 2x - x - 2 = -3x + 2$$

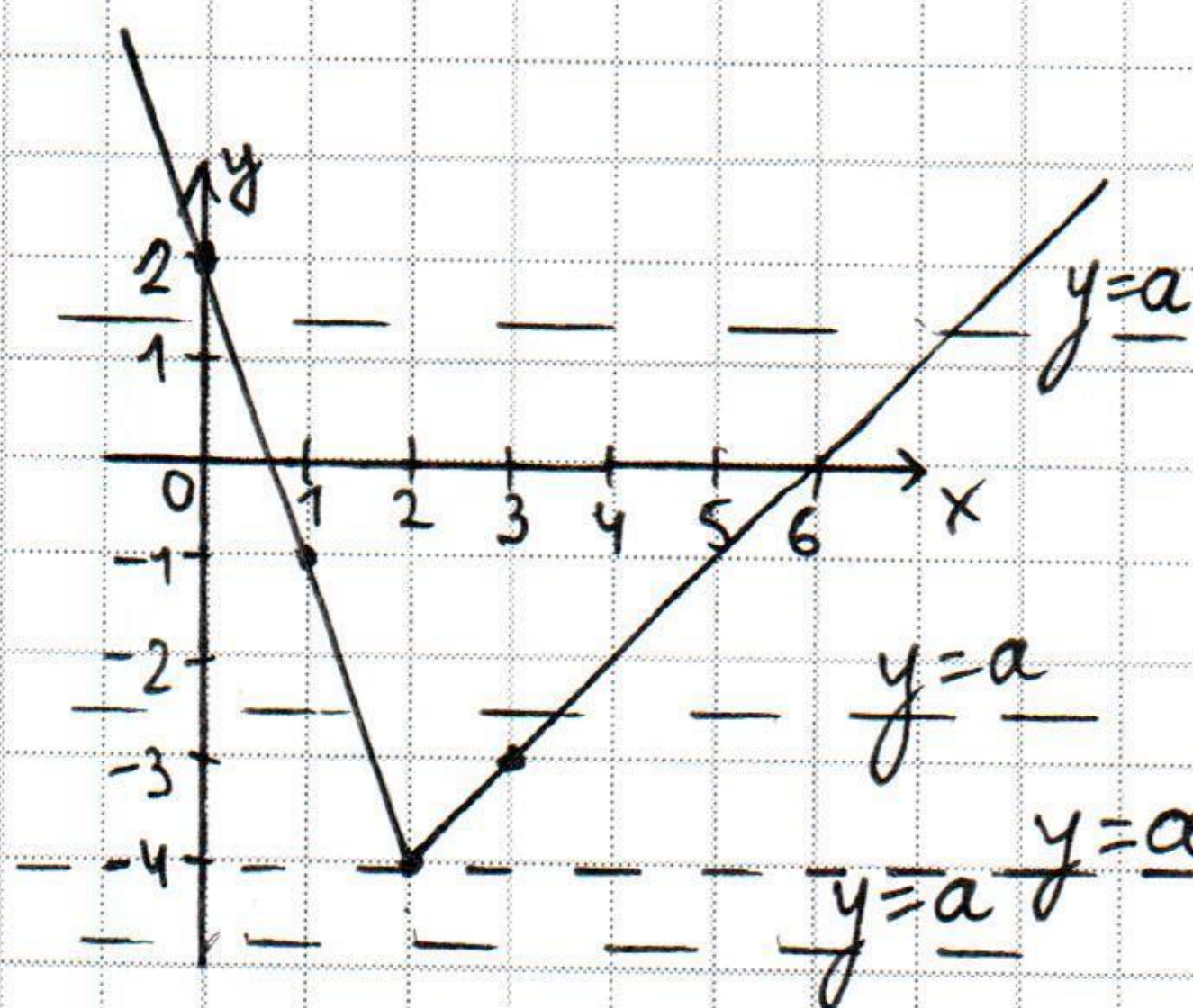
$$\Rightarrow y = \begin{cases} x-6, & x \geq 2 \\ -3x+2, & x < 2 \end{cases}$$

x	2	3
y	-4	-3

x	2	1	0
y	-4	-1	2

\Rightarrow график «Склеится»

$y=a$ — прямая, которая движется по ~~OX~~ OY в зависимости от a



получился такой график ~~и~~
нас интересует та часть, где
 $y=a$ имеет общие точки с $y=2|x-2|-x-2$
и одновременно где $0 \leq x < 5$

1) $y=a$ пересекается с $y=2|x-2|-x-2$ при ~~каждом~~ $a \geq -4$

(при $a \geq -4$ уравнение имеет не менее 1 решения)

2) 2 части графика $y=2|x-2|-x-2$ должны находиться
в $0 \leq x < 5$ одновременно \Rightarrow если 1 часть выйдет за эти
границы, то нас уже не устраивает это положение

\Rightarrow либо часть $y = x - 6$ выйдет за $x \geq 5$,
либо часть $y = -3x + 2$ выйдет за $x < 0$



из графика видно, что двигаюсь от $a = -4$ вверх,
первое выйдет часть ~~$y = -3x + 2$~~ $y = x - 6$ за $x \geq 5$

$$\begin{cases} y = x - 6 \\ y = a \\ x \geq 5 \end{cases}$$

$$y = x - 6$$

$$x \geq 5 \Rightarrow x - 6 \geq -1 \Rightarrow y \geq -1 \Rightarrow \boxed{a \geq -1} \text{ — такие } a \text{ нас уже не устраивают, так как 1 корень уже будет } \geq 5$$
$$\Rightarrow \boxed{a < -1}$$

\Rightarrow подходящие условия:

$$\begin{cases} \cancel{a \geq -4} \\ a < -1 \end{cases} \Rightarrow -4 \leq a < -1 \Rightarrow \boxed{a \in [-4; -1)}$$

Ответ: при $a \in [-4; -1)$.

№6.

% прир. = 56 $\Rightarrow 0,56$, а должен быть $\leq 0,05$

$$V = 5000 \text{ м}^3$$

рассмотрим стоимости от. сооруже. и произв. от. сооруже.

1) от. сооруже.:

$$2800000 \text{ р.} + 1000 \frac{\text{р.}}{\text{см.}} + 2000 \frac{\text{р.}}{\text{см.}} = 2800000 \text{ р.} + 3000 \frac{\text{р.}}{\text{см.}}$$
$$200 \frac{\text{м}^3}{\text{см.}} \Rightarrow \frac{5000 \text{ м}^3}{200 \frac{\text{м}^3}{\text{см.}}} = \boxed{25 \text{ см.}} \text{ — 1 цикл}$$

2) произв. от. сооруже.:

$$6000000 \text{ р.} + 1000 \frac{\text{р.}}{\text{см.}} + 2000 \frac{\text{р.}}{\text{см.}} = 6000000 \text{ р.} + 3000 \frac{\text{р.}}{\text{см.}}$$



Вариант задания

Лист работы 4 из 4

$$500 \frac{\text{м}^3}{\text{сут.}} \Rightarrow \frac{5000 \text{ м}^3}{500 \frac{\text{м}^3}{\text{сут.}}} = 10 \text{ сут.} - 1 \text{ цикл}$$

теперь про циклы:

за 1 цикл:

$$\text{было } x \text{ примесей} \rightarrow 0,6x \rightarrow 0,6x \cdot 0,7 \rightarrow (0,6x \cdot 0,7) \cdot 0,75$$

$$\rightarrow (0,6x \cdot 0,7 \cdot 0,75) \cdot 0,8 \text{ примесей стало после 1 цикла}$$

$$0,6x \cdot 0,7 \cdot 0,75 \cdot 0,8 = 0,252x - \text{уменьшается примесь за 1 цикл}$$

~~1) 0,56 \cdot 0,252 = 0,14112~~

$$1) 0,56 \cdot 0,252 = 0,14112 - \text{останется примесей после 1 цикла}$$

$$2) 0,14112 \cdot 0,252 = 0,03556224 \leq 0,05 - \text{останется примесей после 2 цикла}$$

\Rightarrow для от. сооруже. и произв. от. сооруже. хватит 2 цикла

от. сооруже.:

$$2800000 \text{ р.} + 3000 \frac{\text{р.}}{\text{сут.}} \cdot 25 \text{ сут.} \cdot 2 = 2800000 \text{ р.} + 150000 \text{ р.} = \\ = 2950000 \text{ р.} - \text{итог от. сооруже.}$$

произв. от. сооруже.:

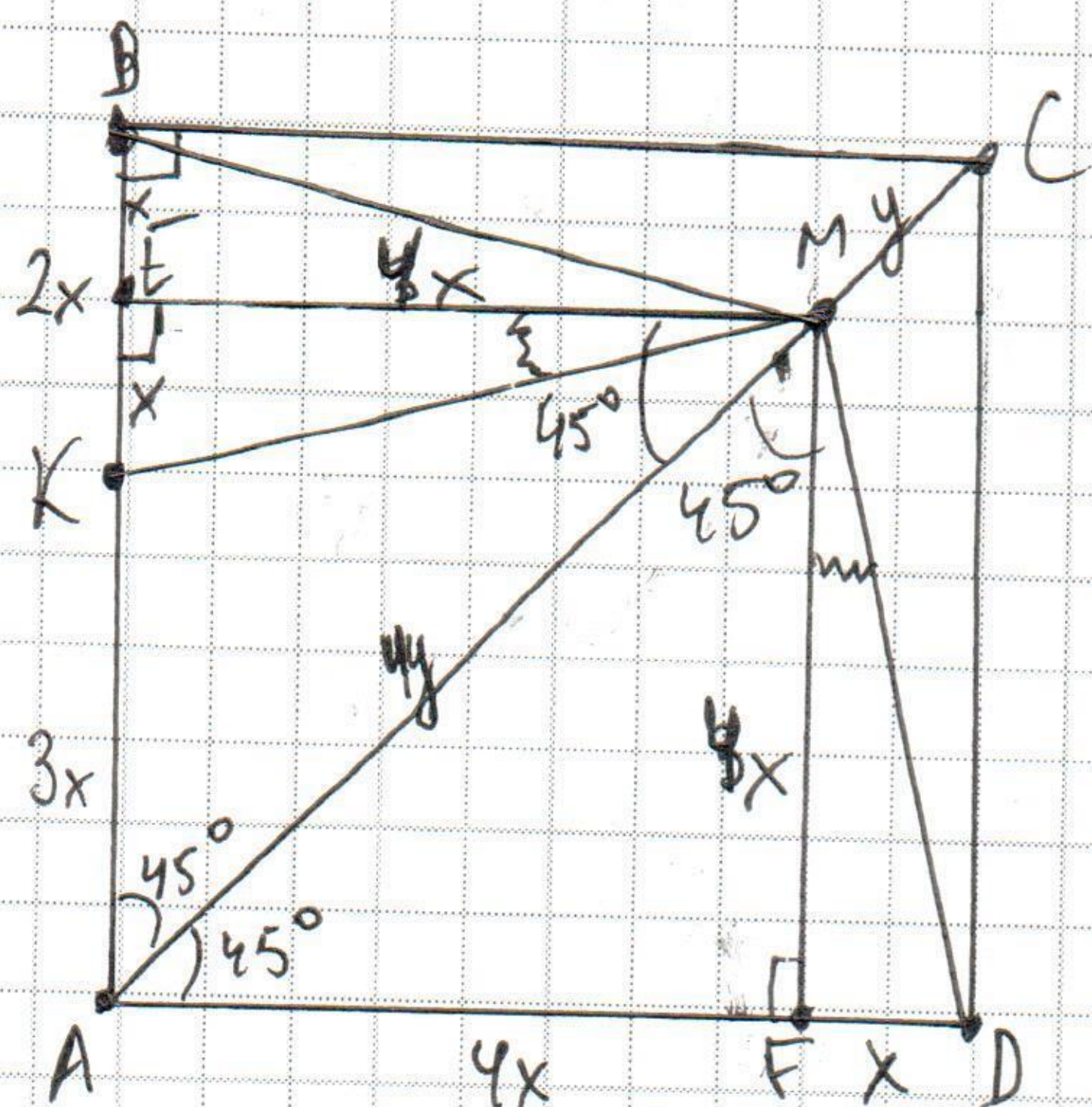
$$6000000 \text{ р.} + 3000 \frac{\text{р.}}{\text{сут.}} \cdot 10 \text{ сут.} \cdot 2 = 6000000 \text{ р.} + 60000 \text{ р.} = \\ = 6060000 \text{ р.} - \text{итог произв. от. сооруже.}$$

\Rightarrow от. сооруже. выгоднее, так как $2950000 < 6060000$

Ответ: выгоднее арендовать первое очистное сооружение, будет потрачено 2950000 рублей.



N3.



$\square ABCD$ - квадрат

$$\frac{AK}{KB} = \frac{3}{2} \Rightarrow AK = 3x, KB = 2x$$

$$\frac{MC}{AC} = \frac{1}{5} \Rightarrow MC = y, AC = 5y$$

$$\Rightarrow AM = AC - MC = 5y - y = 4y$$

по ТЛ Пифагора из $\triangle ABC$:

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$AB = BC = AK + KB = 3x + 2x = 5x$$

$$2 \cdot (5x)^2 = (5y)^2$$

$$2 \cdot 25x^2 = 25y^2$$

$$2x^2 = y^2$$

$$\sqrt{2x^2} = \sqrt{y^2}$$

$$|\sqrt{2}|x| = |y| \quad (x > 0, y > 0)$$

$$\sqrt{2}x = y \Rightarrow \boxed{y = \sqrt{2}x}$$

$$\angle KMD = \angle EMF = 90^\circ$$

Ответ: $\angle KMD = 90^\circ$.

опустим \perp на AB и AD из M:

ME и MF - перпендикуляры

- из квадрата:

$$KE = BE = x, AF = 4x \Rightarrow FD = x \Rightarrow ME = AF = 4x$$

$$\triangle MFA \text{ - квадрат} \Rightarrow MF = AF = 4x, \angle EMF = 90^\circ$$

$\triangle EMK$ и $\triangle FMD$:

$$ME = MF = 4x$$

$$EK = FD = x$$

$$\angle KEM = \angle DFM = 90^\circ$$

$$\triangle EMK = \triangle FMD \text{ (по 1 призна.)}$$

$$\Rightarrow \angle EMK = \angle FMD$$

$$\Rightarrow \angle KMD = \angle EMF - \angle EMK + \angle FMD$$